

DOI: 10.33276/978-5-8211-0786-2-79-80

ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ СЛУЧАЙНЫХ ГРАФОВ ДЛЯ ДВУХСЛОЙНОЙ СЕТИ РЕГИОН-СЕКТОР

Кудров А.В., Афанасьев М.Ю. (Москва)ⁱ

Сравнительно недавно была предложена методология, основанная на концепции экономической сложности структуры экономики, которая позволяет объяснить различия между доходами на душу населения между странами.

В работе (Afanasyev, Kudrov, 2020) исследуется экономическая сложность для регионов РФ. В методологии вычисления экономической сложности для регионов данные по секторальной структуре экономики представляются в виде двухуровневой сети, в котором узлы на одном слое отвечают регионам, а на другом – секторам. Ребра на этой сети соединяют только регионы с “сильными” секторами в их структуре экономики. Сектор называют “сильным” в регионе, если для него выполняется условие “выявленного преимущества”, см. (Balassa, 1965).

В данной работе для описания структуры двухуровневой сети регион-сектор мы рассмотрим экспоненциальные модели случайных графов, которые не обеспечивают всеобъемлющего описания графа, но имитируют некоторые особенности. Одной из хорошо известных и простых моделей из класса экспоненциальных моделей случайных графов является модель Бернулли, которая позволяет показать, что связи на двухуровневой сети регион-сектор, построенной по данным из работы (Afanasyev, Kudrov, 2020), не являются независимыми друг от друга.

Также будут рассмотрены модели из более широкого класса, так называемых, “экспоненциальных” моделей случайных графов. Эти модели основаны на строгой вероятностной модели. Экспоненциальные модели основаны на концепции статистического ансамбля, подразумевающего большую коллекцию всех возможных реализаций графа. С вероятностью $P(G) \sim \exp[-H(G)]$ появляется конкретный граф из ансамбля графов, где $H(G)$ известна как гамильтониан графа. Впервые семейство экспоненциальных моделей для случайных графов было представлено в работе (Holland, Leinhardt, 1981). С момента введения экспоненциальных моделей случайных графов, были изучены различные их спецификации, которые включают в себя модели случайного графа, см. (Park, Newman, 2004(1)), двухзвездочную модель графа, см. (Park, Newman, 2004(2)), а также модели Штраусса для графа с кластеризацией, см. (Strauss, 1986). Намного больше сложные примеры экспоненциальных моделей случайных графов, включающие как эндогенные, так и экзогенные объясняющие переменные, представлены, например, в (Lusher, Koskinen, Robins, 2013). В работе (Wang, Pattison, Robins, 2013) была представлена экспоненциальная модель для двухслойных графов.

В работе будут показаны результаты применения некоторых экспоненциальных моделей двухуровневого графа регион-сектор, которые дают более детальное описание связей, а также позволяют получить достаточно точные прогнозы для потенциальных связей.

Литература

- Afanasyev M.Y., Kudrov A.V.* Estimates of economic complexity in the structure of the regional economy. *Montenegrin Journal of Economics*, forthcoming. 2020.
- Holland P.W., Leinhardt S.* An exponential family of probability distributions for directed graphs. *Journal of the American Statistical Association*. 1981, 76, pp. 33–50.
- Lusher D., Koskinen J., Robins G.* Exponential random graph models for social networks: Theory, methods, and applications. Cambridge University Press, 2013.
- Park J., Newman M.E.* Statistical mechanics of networks. *Physical Review E* 70, 066117 (2004 (1)).
- Park J., Newman M.E.* Solution of the two-star model of a network. *Physical Review E* 70, 066146 (2004 (2)).
- Strauss D.* On a general class of models for interaction. *SIAM review* 28, 1986, pp. 513–527.
- Wang P., Pattison P., Robins G.* Exponential random graph model specifications for bipartite networks a dependence hierarchy. *Social networks*, 2013, 35, pp. 211–222.

ⁱ Кудров Александр Владимирович – ЦЭМИ РАН, kovlal@inbox.ru;
Афанасьев Михаил Юрьевич – ЦЭМИ РАН, miafan@cemi.rssi.ru