Многомерный статистический анализ, эконометрика и моделирование реальных процессов // Труды X-й Международной школы-семинара / Под ред. В.Л. Макарова. Цахкадзор, 2020 г. – М.: ЦЭМИ РАН, 2020. – 160 с. (Рус.) ISBN 978-5-8211-0786-2

DOI: 10.33276/978-5-8211-0786-2-142-143

ДИСКРЕТНЫЕ ВРЕМЕННЫЕ РЯДЫ: ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛЕЙ, СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Харин Ю.С. (Минск)[i]

Статистический анализ временных рядов глубоко развит для «непрерывных данных», когда пространство наблюдения *A* является подмножеством евклидова пространства с ненулевой мерой Лебега: $\boldsymbol{A} \subseteq \boldsymbol{R}^{\boldsymbol{m}}$, mes(*A*) > 0. На практике, однако, из-за цифровизации экономики и общества Статистику приходится иметь дело с дискретными временными рядами (ДВР) (Kharin, 2013; Weiss,2018) $\boldsymbol{x_t} \in \boldsymbol{A}$, когда дискретно не только время $\boldsymbol{t} \in \mathrm{N} = \{\boldsymbol{1}, \boldsymbol{2}, \ldots\}$, но и пространство наблюдения $\boldsymbol{A} = \{\boldsymbol{0}, \boldsymbol{1}, \ldots, \boldsymbol{N} - \boldsymbol{1}\}$, $\boldsymbol{N} = |\boldsymbol{A}|$ – число различных значений наблюдения, $\boldsymbol{2} \le \boldsymbol{N} \le +\infty$.

Универсальной моделью ДВР является однородная цепь Маркова ЦМ(*s*) достаточно высокого порядка $\boldsymbol{s} \in \mathrm{N}$, характеризуемая (*s*+1)-мерной матрицей одношаговых переходов $\mathbf{P} = \left(\boldsymbol{p}_{\boldsymbol{i}_1, \ldots, \boldsymbol{i}_s, \boldsymbol{i}_{s+1}}\right)$:

$$\boldsymbol{p}_{\boldsymbol{i}_1, \ldots, \boldsymbol{i}_s, \boldsymbol{i}_{s+1}} = \mathrm{P}\left\{\boldsymbol{x}_{t+1} = \boldsymbol{i}_{s+1} \mid \boldsymbol{x}_t = \boldsymbol{i}_s, \ldots, \boldsymbol{x}_{t-s+1} = \boldsymbol{i}_1\right\}, \quad \boldsymbol{i}_1, \ldots, \boldsymbol{i}_{s+1} \in \boldsymbol{A}.$$

Число параметров модели ЦМ(*s*) экспоненциально зависит от глубины памяти *s*: $\boldsymbol{D}_{\mathbf{MC}(s)} = \boldsymbol{N}^s(\boldsymbol{N} - 1)$, поэтому статистический анализ ЦМ(*s*) имеет экспоненциальную сложность (по требуемым объему данных, памяти и времени вычислений). Предлагается (Kharin, 2013) строить мало-параметрические (parsimonious) модели с малым числом параметров $\boldsymbol{d} << \boldsymbol{D}_{\mathbf{MC}(s)}$.

В докладе представлены два подхода к построению мало-параметрических моделей ДВР. <u>Подход I</u> базируется на сжатии множества различных значений элементов матрицы P. Этому подходу соответствуют следующие модели ДВР: цепь Маркова порядка *s* с *r* частичными связями, цепь Маркова условного порядка, цепь Маркова переменного порядка. <u>Подход II</u> основан на использовании порождающего уравнения для условного распределения вероятностей будущего состояния $\boldsymbol{x}_{t+1} \in \boldsymbol{A}$ при условии его *s*-предыстории $\boldsymbol{X}_{t-s+1}^{t} = \left(\boldsymbol{x}_{t-s+1}, \ldots, \boldsymbol{x}_t\right)' \in \boldsymbol{A}^s$. Этому подходу соответствуют следующие модели ДВР: модель Джекобса – Льюиса, MTD-модель Рафтери, DAR(*s*), BCNAR(*s*), BiCNAR(*s*), INAR(*s*), PCNAR(*s*).

В докладе представлены состоятельные статистические оценки параметров, статистические тесты, прогнозирующие статистики для разработанных мало-параметрических моделей ДВР, иллюстрируемые результатами компьютерных экспериментов на модельных и реальных данных.

Литература

Kharin Yu. Robustness in Statistical Forecasting. – N.Y.: Springer, 2013, 302 p.

Weiss C. An Introduction to Discrete-Valued Time Series. – N.Y.: Wiley, 2018, 480 p.

[i] **Харин Юрий Семенович** – БГУ, kharin@bsu.by