

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
НАУКИ ЦЕНТРАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК (ЦЭМИ РАН)

СТЕНОГРАММА

заседания Совета по защите докторских и кандидатских диссертаций  
Д 002.013.02

17 ноября 2014 года

ЗАЩИТА

диссертации на соискание ученой степени кандидата  
физико-математических наук Белоусовым Федором Анатольевичем на  
тему: «К вопросу о существовании и единственности периодических  
решений для дифференциальных уравнений»

Специальность 01.01.09 - Дискретная математика и математическая  
кибернетика

Специальность 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические  
системы и оптимальное управление

Москва

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ СОВЕТА – доктор физико-математических наук

С.А. АЙВАЗЯН

УЧЕНЫЙ СЕКРЕТАРЬ СОВЕТА – кандидат физико-математических наук

С.В. БОРИСОВА

# СПИСОК ПРИСУТСТВУЮЩИХ ЧЛЕНОВ СОВЕТА:

1. Айвазян Сергей Арутюнович – председатель Совета, д.ф.-м.н., профессор, заслуженный деятель науки РФ 08.00.13
2. Борисова Светлана Валерьевна – ученый секретарь Совета, к.ф.-м.н., 08.00.13
3. Акопов Андраник Сумбатович, д.т.н., 08.00.13
4. Бекларян Лева Андреевич, д.ф.-м.н., профессор, 01.01.09
5. Благовещенский Юрий Николаевич, д.ф.-м.н., профессор, 08.00.13
6. Бродский Борис Ефимович, д.ф.-м.н., профессор, 08.00.13
7. Булавский Владимир Александрович, д.ф.-м.н., профессор, 01.01.09
8. Варшавский Александр Евгеньевич, д.э.н., профессор, 08.00.13
9. Гришухин Вячеслав Петрович, д.ф.-м.н., 01.01.09
10. Данилов Владимир Иванович, д.ф.-м.н., 08.00.13
11. Дмитрук Андрей Венедиктович, д.ф.-м.н., 01.01.09
12. Лотов Александр Владимирович, д.ф.-м.н., профессор, 01.01.09
13. Малиновский Всеволод Константинович, д.ф.-м.н., профессор, 08.00.13
14. Поспелов Игорь Гермогенович, чл.-корр. РАН, д.ф.-м.н., профессор, 08.00.13
15. Пресман Эрнст Львович, д.ф.-м.н., 08.00.13
16. Фридман Александр Абрамович, д.э.н., профессор, заслуженный деятель науки РФ, 01.01.09
17. Дикусар Василий Васильевич, д.ф.-м.н., профессор, 01.01.02
18. Никольский Михаил Сергеевич д.ф.-м.н., профессор, 01.01.02
19. Фаминский Андрей Вадимович д.ф.-м.н., профессор, 01.01.02



## ПРЕДСЕДАТЕЛЬ

Начинаем заседание Совета. Кворум у нас имеется – на заседании присутствуют 19 членов Совета из 23, в том числе 3 введенных члена Совета по специальности 01.01.02. Докторов наук по специальностям рассматриваемой диссертации 9 (6+3).

На повестке дня защита диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук Белоусовым Федором Анагольевичем на тему: «К вопросу о существовании и единственности периодических решений для дифференциальных уравнений» по специальности 01.01.09 - Дискретная математика и математическая кибернетика и специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Центральном экономико-математическом институте Российской академии наук (ЦЭМИ РАН).

Научный руководитель:

Бекларян Лева Андреевич, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник Центрального экономико-математического института Российской академии наук (ЦЭМИ РАН)

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор Белолипецкий А.А. (ФГБУН Вычислительный центр им А.А. Дородницына РАН), кандидат физико-математических наук, доцент Безяев В.И. (ФГБОУ ВПО «Российский университет дружбы народов»).

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт Системного Анализа Российской академии наук.

Есть ли замечания по повестке дня? Нет.

Слово имеет ученый секретарь Совета.

## УЧЕНЫЙ СЕКРЕТАРЬ

*(Оглашает материалы личного дела соискателя).*

## ПРЕДСЕДАТЕЛЬ

Есть ли вопросы по доложенным данным? Нет.

Слово для изложения основных положений диссертации имеет соискатель.

Ф.А. БЕЛОУСОВ

*(Излагает основные положения диссертации. Доклад не стенографируется).*

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ

У кого есть вопросы к соискателю?

В.И. ДАНИЛОВ

В случае линейного неоднородного уравнения, единственность решения предполагается для любого начального значения «х ноль»?

Ф.А. БЕЛОУСОВ

Не совсем так, при выполнении условий отсутствия резонансности, единственное периодическое решение существует при любом периодическом возмущении в правой части уравнения.

В.И. ДАНИЛОВ

«х» далеко от нуля?

Ф.А. БЕЛОУСОВ

Да.

В.И. ДАНИЛОВ

Какой тогда смысл писать «Ах»? «Ах» имеет смысл писать, если «х» около нуля находится, нет?

Ф.А. БЕЛОУСОВ

Нет. Это не так.

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ

Есть ли еще вопросы?

А.В. ДМИТРУК

В чем состоят условия резонансности?

Ф.А. БЕЛОУСОВ

Если эти условия выполняются, то будет выполнены два варианта, либо будет бесконечное число периодических решений, либо их не будет вообще.

А.В. ДМИТРУК

Это плохо?

Ф.А. БЕЛОУСОВ



Да, потому что в этом случае мы не сможем определить оператор периодических решений.

А.В. ДМИТРУК

Векторное и скалярное понятия резонансности как-то соотносятся?

Ф.А. БЕЛОУСОВ

На самом деле скалярный случай резонансности является частным случаем векторного. В скалярном случае для отсутствия резонансности достаточно, чтобы линейная часть не была нулевой, в векторном случае она тоже не должна быть нулевой, но это условие уже не является достаточным.

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ

Есть ли еще вопросы?

Ю.Н. БЛАГОВЕЩЕНСКИЙ

Вы постоянно играете с константой Липшица.

Ф.А. БЕЛОУСОВ

Да.

Ю.Н. БЛАГОВЕЩЕНСКИЙ

Насколько обязательно ее использовать? Вы рассматривали более слабые условия? Или, может быть, у вас есть примеры, которые показывают, что эти условия нельзя улучшить?

Ф.А. БЕЛОУСОВ

Я сразу не смогу ответить на вопрос.

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ

Есть ли еще вопросы?

М.С. НИКОЛЬСКИЙ

Каковы возможные приложения?

Ф.А. БЕЛОУСОВ

Например, в биологии, при изучении моделей типа «хищник – жертва», такие модели часто описываются дифференциальными уравнениями, а равновесными состояниями, как правило, являются периодическая динамика изменения количества особей в популяции. В астрономии также при описании периодического движения небесных тел. В радиотехнике также очень часто возникают задачи поиска периодических решений.

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ

Есть ли еще вопросы?

А.В. ДМИТРУК

Сказано, что Вы применяли топологические методы. Каким образом вы их применяете?

Ф.А. БЕЛОУСОВ

Я их не применял, топологические методы я упоминал, когда перечислял другие подходы, которые используются для поиска периодических решений. Мы пользовались другим подходом.

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ

Есть ли еще вопросы к соискателю? Нет.

Есть ли необходимость объявлять технический перерыв? Нет.

Слово предоставляется научному руководителю соискателя доктору физико-математических наук, профессору Л.А. Бекларяну.

Л.А. БЕКЛАРЯН

*(Зачитывает отзыв. Отзыв научного руководителя имеется в деле).*

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ

Спасибо.

Слово для оглашения поступивших в Совет письменных отзывов имеет ученый секретарь Совета.

УЧЕНЫЙ СЕКРЕТАРЬ

*(Зачитывает поступившие в Совет письменные отзывы).*

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ

Слово для ответа на замечания, содержащиеся в письменных отзывах, имеет соискатель.

Ф.А. БЕЛОУСОВ

Постараюсь ответить на самые основные замечания. Что касается замечания о том, что в автореферате не указан способ поиска периодических решений, то на самом деле он там есть, только, по всей видимости, на этом не сделан должный акцент.

Что касается громоздкости некоторых теорем, то действительно, некоторые из них сформулированы достаточно сложно, тем не менее,



проверка выполнения этих условий остается простой. Что и является их важным преимуществом.

По поводу замечания, что во второй главе диссертации линейная часть имеет фиксированную структуру. Суть нашего подхода как раз состоит в том, что мы выделяем эту линейную часть таким образом, каким нам необходимо. В частности, мы можем ее выбрать той структуры, которая нам необходима.

Естественно там есть опечатки и неточности, этого, наверное, избежать трудно.

#### ПРЕДСЕДАТЕЛЬ

Слово имеет официальный оппонент доктор физико-математических наук, профессор Белолипецкий Александр Алексеевич.

А.А. БЕЛОЛИПЕЦКИЙ

*(Зачитывает отзыв. Отзыв имеется в деле).*

#### ПРЕДСЕДАТЕЛЬ

Спасибо.

Есть ли вопросы к оппоненту? Нет.

Слово для ответа на замечания оппонента предоставляется соискателю.

Ф.А. БЕЛОУСОВ

Спасибо Александру Алексеевичу за сделанные замечания. Что касается автономных уравнений, то действительно, вся проделанная работа имеет смысл только для неавтономных уравнений, т.к. в случае автономных уравнений периодические решения гораздо проще найти, приравняв правую часть уравнения нулю и решив соответствующее нелинейное уравнение.

По поводу замечания об отсутствии численного нахождения периодических решений, то при выполнении диссертационной работы мы конечно численным поиском решений занимались, но в текст диссертации это не вошло.

Что касается того, что не все оценки оказались неуллучшаемыми, то действительно, неуллучшаемые оценки удалось получить для некоторых

видов уравнений и линеаризаций. В дальнейшем некоторые из этих оценок могут быть улучшены.

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ

Удовлетворен ли оппонент ответами соискателя?

А.А. БЕЛОЛИПЕЦКИЙ

Да.

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ

Слово предоставляется официальному оппоненту кандидату физико-математических наук Безяеву В.И.

В.И. БЕЗЯЕВ

*(Зачитывает отзыв. Отзыв имеется в деле).*

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ

Спасибо.

Слово для ответа на замечания оппонента предоставляется соискателю.

Ф.А. БЕЛОУСОВ

Спасибо Владимиру Ивановичу за сделанные замечания. Что касается замечания о том, что определение константы Липшица можно было дать более точно, то действительно более корректно было бы рассматривать нижнюю грань этой константы.

По поводу сравнения наших результатов с другими результатами. В частности с работами Поляковой Л.А., которая в своей диссертации изучала похожие уравнения. Мы, конечно, делали такое сравнение. Во-первых, в нашей работе изучался более широкий класс линеаризаций, в частности матричная и нестационарная виды линеаризаций. В работах Поляковой Л.А. рассматриваются только скалярные линеаризации. Кроме того в своей диссертации Полякова Л.А. делает упор на поиск периодических решений в классе лебеговых функций, мы же ищем периодические решения в классе непрерывных функций. Кроме этого для функционально-дифференциальных уравнений мы получили условия, которые явно выписываются в терминах правых частей уравнений.

Что касается почти-периодических и ограниченных решений, то изучение такого класса решений также представляет для нас интерес и, в



частности, для ограниченных решений мы хотим в ближайшее время получить аналогичные результаты.

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ

Удовлетворен ли оппонент ответами соискателя?

В.И. БЕЗЯЕВ

Да.

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ

Переходим к общей дискуссии. Кто хочет выступить?

Ю.Н. БЛАГОВЕЩЕНСКИЙ

Это замечание в адрес научного руководителя. Диссертация мне понравилась, она очень хорошая, но многие вещи сделаны наукообразно. Можно было показать, какие есть прикладные задачи, в чем они состоят. Здесь этого нет. Пример наукообразности – жордановы клетки размер 1. На самом деле, просто нет кратных корней. Есть рассказ о линейном приближении. Это приближение для получения решения. В интегральных уравнениях это известная вещь. Это нужно было сказать. То, что это не было сказано в начале, виноват, на мой взгляд, руководитель.

На самом деле, результаты очень хорошие, они мне нравятся, а все замечания, которые делаются, смотрят в будущее. Мне кажется, что это очень хорошо. Я поддерживаю полностью.

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ

Спасибо.

Кто еще хочет выступить?

А.Е. ВАРШАВСКИЙ

Диссертация хорошая, заслуживает положительной оценки, но на будущее диссертанту я бы посоветовал прислушаться к предыдущим словам. Если бы Вы сказали, что в таких областях могут использоваться эти результаты, это было бы для Вас намного лучше, потому что спрос на Вас возрос бы значительно. Но это на будущее.

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ

Спасибо.

Есть ли еще желающие выступить? Нет.

Заключительное слово имеет соискатель.

Ф.А. БЕЛОУСОВ

Благодарю членов диссертационного совета.

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ

Для проведения тайного голосования предлагается избрать счетную комиссию в составе:

1. А.В. ДМИТРУК
2. В.К. МАЛИНОВСКИЙ
3. А.С. АКОПОВ

Кто за такой состав счетной комиссии, прошу голосовать. Счетная комиссия избрана единогласно.

Прошу приступить к тайному голосованию.

(Перерыв для тайного голосования).

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ

Слово для оглашения результатов тайного голосования предоставляется А.В. Дмитруку.

А.В. ДМИТРУК

(Зачитывает протокол заседания счетной комиссии со следующими результатами тайного голосования: присутствовали на заседании 19 членов Совета из 23, в том числе 9 (6+3) докторов наук по специальности рассматриваемой диссертации; роздано 19 бюллетеней, не розданных осталось 4 бюллетеня; в баллотировочном ящике оказалось 19 бюллетеней. За присуждение Белоусову Федору Анатольевичу ученой степени кандидата физико-математических наук голосовали 19 членов Совета, против – нет, недействительных бюллетеней – нет).

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ

Кто за то, чтобы утвердить протокол счетной комиссии, прошу голосовать. Протокол счетной комиссии утвержден единогласно.

Нам нужно принять заключение совета, проект которого у членов Совета имеется. Какие есть замечания, дополнения?

(Члены совета обсуждают проект заключения совета).

Кто за то, чтобы принять заключение Совета, прошу голосовать. Кто против? Воздержался? Заключение Совета принято единогласно.

(Заключение Совета прилагается).



На основании результатов тайного голосования диссертационный Совет присуждает Белоусову Федору Анатольевичу ученую степень кандидата физико-математических наук.

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ СОВЕТА  
доктор физико-математических наук  
профессор



  
С.А. АЙВАЗЯН

УЧЕНЫЙ СЕКРЕТАРЬ СОВЕТА  
кандидат физико-математических наук



С.В. БОРИСОВА