

## ОТЗЫВ

### официального оппонента,

доктора физико-математических наук, профессора Попова Виктора Юрьевича на диссертацию **Балаева Алексея Ивановича** на тему «Составление портфелей ценных бумаг на основе прогнозирования совместной функции распределения доходностей», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 08.00.13 – «Математические и инструментальные методы экономики» в диссертационный совет Д 002.013.02 при Центральном экономико-математическом институте Российской Академии наук.

Диссертационная работа А.И. Балаева посвящена анализу теоретических свойств предложенной А.С. Шведовым в 2009 г. специфической модификации многомерного  $t$ -распределения – многомерного  $t$ -распределения с векторным параметром степеней свободы, а также его применению в актуальных задачах прогнозирования распределений доходностей фондовых индексов и составления портфелей акций.

Классическое многомерное  $t$ -распределение имеет скалярный параметр – число степеней свободы. Поэтому все его одномерные маргинальные распределения имеют одинаковый коэффициент эксцесса. В результате, если мы хотим использовать такое распределение для моделирования доходностей активов в совокупности, то нам придется считать, что коэффициент эксцесса для маргинальных распределений разных активов одинаков. Это, очевидно, является весьма сильным предположением и, в общем случае, не выполняется. Вполне естественно учитывать при моделировании различия коэффициентов эксцесса распределений компонент случайного вектора, для чего и было предложено многомерное  $t$ -распределение с несколькими степенями свободы в качестве параметров.

**Считаю, что исследование** теоретических свойств такого распределения и его практического применения **является актуальной задачей** для теории вероятностей, эконометрики и их финансовых приложений. Именно этой актуальной задаче посвящена диссертация А.И. Балаева.

**Объектом** диссертационного исследования является многомерное  $t$ -распределение с вектором степеней свободы в качестве одного из параметров, а **предметом** исследования – верификация многомерных моделей доходностей, построенных на основе данного распределения на реальных данных, их прогностическая способность, выяснение свойств оптимальных портфелей, построенных с помощью таких моделей. Также к предметам исследования можно отнести теоретическое исследование многомерного  $t$ -распределения с набором степеней свободы: его моментов и маргинальных распределений, численную реализацию рассматриваемого распределения, определение порядка расположения

активов в векторе доходностей с таким распределением, учет асимметрии, построение копулы на основе изучаемого распределения.

**Теоретическая значимость** результатов работы состоит в развитии существующих эконометрических моделей финансовых рынков и построении новых моделей, использующих изучаемое распределение доходностей активов.

**Научная новизна работы** состоит в том, что в ней предложен и изучен новый инструментарий многомерной финансовой эконометрики.

Теоретические результаты, полученные в работе, дают возможность построения новых эконометрических моделей, в первую очередь, эконометрических моделей доходностей активов, с использованием многомерного  $t$ -распределения с вектором степеней свободы. Считаю, что в этом заключается **практическая значимость** результатов данной работы.

**Основная цель** диссертации состоит в исследовании теоретических свойств многомерного  $t$ -распределения с вектором степеней свободы и алгоритма его численной реализации. Также поставлены задачи построения асимметричной модификации данного распределения и копулы на его основе. Также к целям диссертации можно отнести рассмотрение практического применения изучаемого распределения для прогнозирования распределений доходностей фондовых индексов и составления оптимальных портфелей акций, а также сравнение данного распределения с некоторыми другими известными многомерными распределениями.

Материал в диссертации А.И. Балаева четко **структурирован и логично изложен**. Диссертация представляет собой научный труд, состоящий из пяти глав, двух приложений и списка литературы, включающего 115 источников. Общий объем диссертации без учета приложений и списка литературы составляет 160 страниц.

**Одним из важных результатов** диссертационного исследования является весьма подробный анализ отечественных и зарубежных работ в области построения многомерных эконометрических моделей доходностей активов и составления оптимальных портфелей на их основе (пп. 1.2, 2.2, 4.2), а также работ, посвященных классической  $t$ -копуле и в целом копульному подходу к моделированию многомерных распределений доходностей (п. 5.2). Автор провел обобщение и систематизацию накопленного опыта, что является одним из достоинств данной работы.

**В первой главе** проводится сравнение нескольких вероятностных моделей

для доходностей основных мировых фондовых индексов с целью выявления многомерного распределения, наиболее адекватного для учета больших значений эксцессов, или, говоря иначе, «тяжелых хвостов». Рассмотрены несколько спецификаций многомерной функции плотности условного распределения доходностей:  $t$ -распределения с одним параметром и набором параметров степеней свободы, обобщенное распределение ошибки и распределение Грама – Шарлье (п. 1.4). С помощью теста, основанного на информационном критерии Кульбака – Лейблера, проведено попарное сравнение рассмотренных моделей. Показано, что  $t$ -распределения с одним и несколькими параметрами степеней свободы, превосходят по качеству аппроксимации данных и прогностической способности обобщенное распределение ошибки и распределение Грама – Шарлье (п. 1.5). Показано, что новое многомерное  $t$ -распределение с вектором степеней свободы, которое в данной главе впервые использовано в задаче прогнозирования, во многих из рассмотренных случаев превосходит классическое многомерное  $t$ -распределение как внутри, так и вне выборки, на которой проводилось оценивание моделей.

**Во второй главе** построены многомерные модели доходностей российских акций и оптимальные портфели, на основе этих моделей. В качестве основы для моделей взяты нормальное распределение, классическое  $t$ -распределение со скаляром степеней свободы и новое  $t$ -распределение с вектором степеней свободы (п. 2.4). На основе этих моделей построены оптимальные портфели финансовых активов трех типов: с минимальной дисперсией, с минимальной дисперсией при ограничении снизу на ожидаемую доходность и портфель с максимальной ожидаемой доходностью при ограничении сверху на дисперсию. Был проведен сравнительный анализ полученных портфелей и сделаны следующие выводы (п. 2.5): 1) в задаче безусловной минимизации дисперсии доходности портфеля ни одно из рассмотренных распределений не может считаться предпочтительным по сравнению с другими, поскольку динамика стоимости портфелей с минимальной дисперсией для построенных моделей оказалось достаточно близкой; 2) в рамках задачи минимизации дисперсии с заданной минимальной ожидаемой доходностью наилучшие результаты дают многомерное нормальное распределение и многомерное  $t$ -распределение с вектором степеней свободы, поскольку нормальное распределение обеспечивает минимальную фактическую волатильность для всех портфелей с минимальной дисперсией при ограничении снизу на ожидаемую доходность, а  $t$ -распределение с вектором степеней свободы – максимальную фактическую среднюю доходность для наиболее ликвидных

портфелей такого типа; 3) в задаче максимизации ожидаемой доходности с заданной максимальной дисперсией лидируют также нормальное распределение и  $t$ -распределение с вектором степеней свободы. Максимум фактической средней доходности для портфелей с максимальной ожидаемой доходностью при ограничении сверху на дисперсию обеспечивает нормальное распределение, а минимум фактической волатильности для большинства таких портфелей –  $t$ -распределение с вектором степеней свободы.

**В третьей главе** получены и исследованы теоретические свойства нового многомерного  $t$ -распределения с вектором степеней свободы, что является весомым научным вкладом автора. Полагаю, эти результаты и составляют основную **научную новизну работы**.

Получены: 1) общая формула и условия существования смешанного момента многомерного  $t$ -распределения с вектором степеней свободы (п. 3.2); 2) одномерные маргинальные функции плотности и характеристические функций в случае стандартизованного распределения (пп. 3.3, 3.4). Разработаны алгоритмы численной реализации многомерного  $t$ -распределения с вектором степеней свободы (п. 3.6) и выбора порядка расположения активов в векторе доходностей с данным распределением (п. 3.7). Развита в данной главе теория иллюстрируется на ряде примеров (п. 3.5). На основе общей формулы смешанного момента в диссертации определен вид ковариационной матрицы многомерного  $t$ -распределения с вектором степеней свободы, который позволяет строить многомерные GARCH модели на основе этого распределения, что расширяет аппарат многомерной финансовой эконометрики. Данный инструментарий успешно используется автором при построении многомерных моделей доходностей в первой и второй главах. Такие формулы одномерных маргинальных функций плотности могут использоваться для построения одномерных GARCH моделей с «тяжелыми хвостами» нового типа, а также необходимы для построения копулы на основе  $t$ -распределения с вектором степеней свободы, что сделано в пятой главе диссертации. Предложенный алгоритм численной реализации многомерного  $t$ -распределения с вектором степеней свободы может использоваться в задачах, требующих применение метода Монте-Карло. Наконец, алгоритм выбора порядка расположения активов в векторе доходностей, имеющем многомерное  $t$ -распределение с вектором степеней свободы, может использоваться при построении различных моделей для доходностей финансовых активов, более адекватно отражающих ситуацию на рынке. Таким образом, новый инструментарий, полученный автором в третьей

главе, весьма актуален для современной финансовой эконометрики.

Интерес также представляет предложенная в **четвертой главе** модификация стандартизованного многомерного  $t$ -распределения с вектором степеней свободы, предусматривающая введение вектора параметров асимметрии (п. 4.3). Построенная модификация является весьма адаптируемой параметризацией. В работе продемонстрирована выгода от ее применения в финансовых приложениях, когда меры асимметрии и толщины «хвостов распределений» доходностей различных активов существенно различаются. В качестве приложения многомерного асимметричного  $t$ -распределения с вектором степеней свободы автор рассматривает его применение в VAR-MGARCH модели, состоящей из векторной авторегрессии и многомерной GARCH структуры (п. 4.4). В диссертации показано, что применение данной конструкции эффективно при моделировании многомерных финансовых временных рядов с разнородными компонентами.

Важной частью работы является также **пятая глава** диссертации, в которой построена новая копула, основанная на стандартизованном многомерном  $t$ -распределении с вектором степеней свободы. Стандартизованная  $t$ -копула с вектором степеней свободы построена автором на основе маргинальных функций плотности, полученных в третьей главе диссертации (п. 5.4). Показано, что новая копула дает возможность более гибко моделировать различия «хвостовых» зависимостей между компонентами случайного вектора, чем классическая стандартизованная  $t$ -копула, за счет наличия отдельного параметра степеней свободы у каждой компоненты случайного вектора. В качестве приложения стандартизованной  $t$ -копулы с вектором степеней свободы, как и в четвертой главе, рассматривается VAR-MGARCH модель для многомерных финансовых временных рядов (п. 5.5). Благодаря стандартизованной  $t$ -копуле с вектором степеней свободы в этих моделях различия хвостовых зависимостей между доходностями активов определяются не только корреляциями, но и индивидуальными параметрами степеней свободы.

Работа выполнена на высоком научном уровне и **оценивается мною положительно**. Однако не могу не отметить несколько **недостатков**, с надеждой, что автор ответит на эти **замечания и вопросы**:

1. Одномерные маргинальные функции плотности и характеристические функции получены только для стандартизованной версии многомерного  $t$ -распределения с вектором степеней свободы. Вывод данных функций для распределения общего вида остается открытым вопросом. То же касается и копулы

на основе многомерного  $t$ -распределения с вектором степеней свободы.

2. Несмотря на то, что формула смешанных моментов многомерного  $t$ -распределения с вектором степеней свободы получена для моментов любой степени, при построении оптимальных портфелей в работе используются только первые два момента. С чем это может быть связано?

3. В главе 1 сравнение распределений производится на двумерных моделях. Это удобно с точки зрения скорости вычислений оценок параметров моделей и их интерпретации. Однако было бы интересно рассмотреть эмпирический анализ из главы 1 и на моделях большей размерности.

4. При составлении портфелей некоторых типов в главе 2 минимизируется полная дисперсия доходности портфеля. Однако полная дисперсия одинаково расценивает положительные и отрицательные шоки доходностей, что может быть нерациональным для инвестора. Поэтому в задачах составления портфелей в главе 2 было бы интересно минимизировать полудисперсию (семидисперсию или *semivariance*), при расчете которой суммируются квадраты только отрицательных отклонений от среднего, а квадраты положительных отклонений исключаются.

5. Введение вектора параметров асимметрии в многомерное  $t$ -распределение с вектором степеней свободы в 4 главе приводит к довольно гибкой параметризации, которую интересно было бы проверить эмпирически. Автор же ограничился лишь теоретическим рассмотрением получаемого асимметричного распределения. Возможно, эмпирическое его применение представляет собой интересное направление дальнейшей работы.

Тем не менее, **несмотря на имеющиеся замечания, результаты работы имеют важное значение** для развития и совершенствования теории и инструментария многомерной финансовой эконометрики. Сделанные замечания носят рекомендательный характер и не снижают общую положительную оценку работы.

Важно, что **результаты диссертационного исследования** Балаева А.И. были **полностью опубликованы** и представлены на российских и международных научных конференциях, а также семинарах различного уровня. По теме исследования автором опубликовано семь научных работ, три из них – в рецензируемых журналах из списка ВАК Министерства Образования и Науки РФ.

Изучение материалов диссертации, автореферата и основных публикаций автора позволяет сделать следующее **ЗАКЛЮЧЕНИЕ:**



Диссертационное исследование Балаева А.И. актуально и обладает научной новизной. Работа представляет собой системное, завершенное исследование, выполненное на высоком теоретическом уровне с профессиональным использованием современной эконометрики, содержит новые научные результаты и практические рекомендации, отличается глубиной, что свидетельствует о высокой научной подготовке соискателя, умении Балаева А.И. ставить и решать научные проблемы, имеющие важное теоретическое и практическое значение.

В диссертационной работе Балаева А.И. предложен новый инструментарий финансовой эконометрики на основе теоретических свойств недавно предложенного и малоизученного многомерного  $t$ -распределения с вектором степеней свободы. Данный инструментарий дает возможность развивать существующие и строить новые адекватные и эффективные многомерные эконометрические модели финансовых рынков.

Диссертация отвечает высоким стандартам научных работ по специальности 08.00.13 – «Математические и инструментальные методы экономики». Автор продемонстрировал уверенное владение сложными и современными математическими и статистическими методами.

Публикации и автореферат в полной мере отражают основное содержание выполненной работы.

Считаю, что диссертация Балаева А.И. отвечает всем требованиям ВАК Министерства Образования и Науки РФ, предъявляемым к кандидатской диссертации. Балаев А.И. заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 08.00.13 – «Математические и инструментальные методы экономики».

#### Официальный оппонент

Заведующий кафедрой "Прикладная математика"  
федерального государственного образовательного  
бюджетного учреждения высшего профессионального  
образования "Финансовый университет при  
Правительстве Российской Федерации",  
доктор физико-математических наук, профессор,

Попов Виктор Юрьевич

125993 Москва ГСП-3, Ленинградский проспект, д.49,  
телефон: 8(499)277-2102, E-mail: VJPopov@fa.ru



Секретарю  
Ученого совета  
университета  
Д.А. Смирнов  
2014 г.